



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВО «ИГУ»)

УТВЕРЖДАЮ



Директор по учебной работе
Вокин А.И.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
для поступающих по программам магистратуры на направление

**01.04.02 Прикладная математика и информатика,
профиль «Цифровая бизнес-аналитика»**

Иркутск, 2024

1. Пояснительная записка

Программа вступительного испытания (далее — ВИ) предназначена для подготовки поступающих к вступительному экзамену в магистратуру Института математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет» по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика на программы «Цифровая бизнес-аналитика» и «Семантические технологии и многоагентные системы».

В программе ВИ отражены основные требования к уровню и содержанию знаний для поступающих. Цель ВИ — дифференцировать абитуриентов по уровню готовности к обучению и мотивации к профессиональной деятельности.

Программа вступительных экзаменов в магистратуру сформирована на основе Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования подготовки бакалавров по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

2. Структура вступительного испытания

Экзамен проходит в форме компьютерного тестирования.

Тест состоит из 20 заданий и делится на две части. Первую часть составляют 12 заданий на выбор одного верного ответа (A, B, C, D) из четырех предложенных. Вторая часть состоит из 8 заданий, каждое требует ответа в виде целого числа (здесь варианты ответов не предлагаются).

3. Система оценивания вступительного испытания

Проверке подлежат только ответы. Каждое верно выполненное задание (из первой и второй части) оценивается в 5 баллов. Для итоговой оценки набранные баллы суммируются. Экзамен сдан, если сумма баллов окажется не ниже 60. Максимально возможная сумма баллов за тест — 100.

4. Продолжительность вступительного испытания

Продолжительность тестирования составляет 100 минут с момента объявления заданий вступительного испытания.

5. Вопросы для подготовки к вступительному испытанию

1. Математический анализ.

1.1. Множества. Операции над множествами. Мощность множества. Счетные и несчетные множества.

1.2. Понятие предела числовой последовательности и его свойства. Существование предела последовательности (теоремы Коши, Вейерштрасса, Больцано – Вейерштрасса).

1.3. Понятие предела функции, непрерывности функции, равномерной непрерывности функции. Основные свойства непрерывных функций (теоремы Коши, Больцано – Коши, Кантора). Замечательные пределы.

1.4. Понятия дифференцируемости функции в точке, производной, дифференциала. Правила дифференцирования. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя, формула Тейлора.

1.5. Признаки монотонности функции, точки экстремума, необходимые и достаточные условия экстремума. Выпукłość и точки перегиба.

1.6. Понятие интеграла Римана функции одной переменной и его свойства. Критерии интегрируемости Римана и Лебега. Классы функций, интегрируемых по Риману.

1.7. Формула Ньютона-Лейбница. Теоремы о среднем для определенного интеграла.

1.8. Понятие несобственного интеграла. Признаки сходимости.

1.9. Понятия функции ограниченной вариации и интеграла Римана-Стильесса, его свойства, условия существования, вычисление.

1.10.Понятие непрерывности функции многих переменных и их свойства.

1.11.Понятие дифференцируемости функции многих переменных. Условия дифференцируемости. Теоремы о совпадении смешанных частных производных (теоремы Юнга и Шварца). Дифференциал. Производная по направлению.

1.12.Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.

1.13.Теорема о неявных функциях.

1.14.Понятие условного экстремума функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа.

1.15. Понятие сходимости числового ряда. Признаки сходимости числовых рядов.

1.16. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки сходимости. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

1.17. Понятие несобственного интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы.

1.18. Ряды Фурье. Условия представимости функции рядом Фурье.

1.19. Понятие двойного интеграла, его свойства, условия существования.

1.20. Понятия криволинейных интегралов первого и второго рода, поверхностных интегралов первого и второго рода, их свойства, формула вычисления.

1.21. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса.

2. *Функциональный анализ. Теория функций комплексного переменного.*

2.1. Понятие метрического пространства. Примеры. Полнота метрического пространства. Принцип сжимающих отображений.

2.2. Понятия нормированного пространства и пространства со скалярным произведением. Банаховы и гильбертовы пространства. Примеры.

2.3. Понятие линейного ограниченного оператора. Связь свойств ограниченности и непрерывности линейных операторов. Понятие обратного оператора.

2.4. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Формы представления комплексного числа.

2.5. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Гармонические функции. Теорема Коши. Интеграл типа Коши.

2.6. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.

2.7. Приложения теории вычетов. Вычисление несобственных интегралов.

2.8. Конформные отображения. Геометрический смысл производной. Конформные отображения элементарными функциями.

3. Дифференциальные уравнения.

3.1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

3.2. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость и независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.

3.3. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений n -го порядка с постоянными коэффициентами.

3.4. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод исключения. Метод Эйлера.

3.5. Уравнения с частными производными. Основные понятия и определения. Классификация уравнений и систем уравнений с частными производными.

4. Линейная алгебра и аналитическая геометрия

4.1. Матрица, определитель матрицы, обратная матрица, ранг матрицы

4.2. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

4.3. Прямая и плоскость.

4.4. Векторы. Операции над векторами. Линейная независимость векторов.

5. Теория вероятностей и математическая статистика

5.1. Случайные события. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Схема Бернуlli.

5.2. Случайные величины, их виды и основные характеристики. Функция распределения вероятностей случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные виды распределений (равномерное, нормальное показательное). Закон больших чисел.

5.3. Выборочный метод. Статистические оценки параметров распределения. Элементы теории корреляции. Метод наименьших квадратов. Статистическая проверка гипотез.

6. Образец фонда оценочных средств

Часть I

В заданиях 1-12 укажите один вариант ответа. Впишите соответствующую ему букву (A, B, C, D).

1. Даны множества $A = \{x \in R^1 : x^2 - x \leq 0\}$, $B = \{x \in R^1 : x^2 + x \leq 0\}$. Тогда множество $A \setminus B$ равно
 - A. $[0,1]$
 - B. \emptyset
 - C. $(0,1]$
 - D. $(-1,1)$
2. Не является счетным
 - A. множество иррациональных чисел
 - B. множество рациональных чисел
 - C. множество целых чисел
 - D. множество простых чисел
3. Значение выражения a/b , где $a = 1 - i$, $b = 1 + i$, равно
 - A. $-i$
 - B. $2 - 2i$
 - C. $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$
 - D. $2i$
4. Предел $\lim_{x \rightarrow -3} (4x + 12)/(x^2 + 2x - 3)$ равен
 - A. 0
 - B. ∞
 - C. -1
 - D. 2
5. Производная функции $y = \sin \sin \sin x$ равна
 - A. $\cos \cos \cos x$
 - B. $\cos \sin \sin x \cdot \cos \sin x \cdot \cos x$
 - C. $\cos^3 x \cdot \sin^2 x$
 - D. $\cos \sin \sin x$
6. Касательная к графику функции $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x = 0$ образует с положительным направлением оси OX угол

- A. 0
- B. 60^0
- C. 15^0
- D. 45^0

7. Частная производная $\partial/\partial y$ функции трех переменных $u = 1/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)$ равна

- A. $-1/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)^2$
- B. $2y/(1 + x^2 - y^2 - \cos z)^2$
- C. $2y/(2x - 2y - \sin z)$
- D. $1/(1 + x^2 - 2y - \cos z)$

8. Полный дифференциал dz функции двух переменных $z = y^2 \sin x$ равен

- A. $2y \cos x \sin x \, dx \, dy$
- B. $y^2 \cos x \, dx + 2y \sin x \, dy$
- C. $\cos x \, dx + 2y \, dy$
- D. $y^2 \, dx + \sin x \, dy$

9. Неопределенный интеграл $\int 2x/(x^2 + 1) \, dx$ равен

- A. $2x \ln(x^2 + 1) + C$
- B. $1/(x^2 + 1)^2 + C$
- C. $4x^2/(x^2 + 1) + C$
- D. $\ln(x^2 + 1) + C$

10. Определенный интеграл $\int_1^e \ln x \, dx$ равен

- A. $\ln(e - 1)$
- B. 1
- C. e^2
- D. e^{-1}

11. Все решения дифференциального уравнения $y' - y = 1$ даются формулой

- A. $y = Ce^x - 1$
- B. $y = e^{-x} + C$
- C. $xy = C$
- D. $y = C_1x + C_2$

12. Частным решением линейного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 4e^x$ является функция

- A. $y = e^x$
- B. $y = e^2$
- C. $y = \sin x$
- D. $y = e^{x+1}$

Часть II

В задачах 13-20 ответом является целое число.

13. Найти след матрицы A^{-1} , где A — матрица коэффициентов системы

$$\begin{cases} -x + 3y + 4z = 2, \\ -2x + 5y + 3z = -2, \\ -y - 6z = 1. \end{cases}$$

14. Найти локальный минимум функции $z = x^2 + y^2 - xy - 2x + y$.

15. Найти $e^{-1}y(1)$, если $y(x)$ — решение задачи Коши

$$\begin{cases} y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

16. Найти значение выражения $\operatorname{Re}(a^2 + 3ab + b^2 + |a - b|)$, где a и b корни уравнения

$$x^2 - 6x + 13 = 0.$$

17. Определить количество неподвижных точек отображения $f: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$, если

$$f(t) = t^5 + t^4 - 1.$$

18. Найти производную функции f по направлению вектора \mathbf{l} в точке M , если

$$f = x \sin(x + y), \quad \mathbf{l} = (-1; 0), \quad M(\pi/4; \pi/4).$$

19. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения. Найти математическое ожидание данной случайной величины

X	0	2	6	8	13
P	0,1	0,5	0,1	0,1	0,2

20. В таблице приведены результаты серии из трех наблюдений значений величин x и y . Предполагая, что эти величины связаны линейной зависимостью $y =$

$ax + b$, вычислить коэффициент a , воспользовавшись методом наименьших квадратов

x_i	0	1	2
y_i	- 2	0	8

7. Ключ к образцу фонда оценочных средств

Часть I												Часть II							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	C	B	D	B	B	D	B	A	A	20	-1	4	53	2	-1	5	5

8. Рекомендуемая литература

1. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей: учеб. для вузов / Е. С. Вентцель. – 5-е изд., стер. – М. : Высш. школа, 1998. – 576 с.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2022. – 479 с. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/488573>.
3. Евграфов, М.А. Аналитические функции. / М.А. Евграфов. – СПб.: Лань., 448 с.
4. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2т. / В.А. Ильин, В.А.Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: ИД Юрайт., 2013. – Т. 1. – 660 с.
5. Ильин, В.А. Математический анализ: в 2 т. / В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: ИД Юрайт., 2013. – Т.2. – 357 с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра – М.: Наука, 1999.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия – М.: Наука, 1999.
8. Канторович, Л.В. Функциональный анализ. / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. – М.: ВНУ., 2004. – 816 с.
9. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2008. – 704 с.
10. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 2. Ряды. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2004. – 720 с.

11. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: в 3 т. Том 3. Гармонический анализ. Элементы функционального анализа. / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа., 2004. – 720 с.
12. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. / Н.М. Матвеев – СПб.: Лань., 2003. – 832с.
13. Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. / И.И. Привалов. – СПб.: Лань., 2009. – 432 с.
14. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд–во МГУ., 1999. – 798с.
15. Треногин, В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. / В.А. Треногин – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2009. – 312с.
16. Треногин, В.А. Функциональный анализ. / В.А. Треногин. – М.: ФИЗМАТЛИТ., 2007. – 488 с.
17. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань., 2004. – Т. 1 – 446 с.
18. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: в 2 т. / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань., 2004. – Т.2 – 464 с.
19. Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. / М.И. Шабунин, Е.С. Половинкин, М.И. Карлов. – М.: Бином., 2012. – 362 с.

9. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

Не предусмотрены данной программой.

10. Разработчики программы вступительного испытания

Фалалеев М. В., профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, доктор физико-математических наук,

Леонтьев Р. Ю., доцент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, кандидат физико-математических наук.

Данная программа соответствует методическим рекомендациями «О порядке разработки и требованиях к структуре, содержанию и оформлению программ вступительных испытаний», утвержденные ректором от 22.01.2024 г.